

Matematički modeli termo-energetskog ponašanja zgrada

Mathematical models of building thermal-energy behaviour

Miloš BANJAC, Sandra KOVAČEVIĆ, Branislav PETROVIĆ, Mirko KOMATINA

Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Rezime - Modeliranje ponašanja zgrada predstavlja osnovni alat za analizu, projektovanje i upravljanje energetskim performansama savremenih zgrada. Različiti modeli, razvijeni u zavisnosti od svrhe primene, razlikuju se po nivou fizičke detaljnosti, načinu dobijanja parametara i računskoj složenosti. U ovom radu dat je pregled najčešće korišćenih modela za simulaciju ponašanja zgrada, sa posebnim osvrtom na podelu na modele crne, sive i bele kutije. Prikazane su njihove osnovne karakteristike, matematička osnova, tipične oblasti primene, kao i prednosti i ograničenja. Posebna pažnja posvećena je ulozi modela sive kutije kao kompromisa između fizičke razumljivosti i praktične primene u kontekstu pametnih zgrada i sistema upravljanja.

Gljučne reči - modeliranje termičkog ponašanja zgrada; simulacija energetskih performansi; RC modeli; modeli sive kutije

Abstract - Modeling of building behavior represents a fundamental tool for the analysis, design, and management of the energy performance of modern buildings. Different models, developed depending on their intended application, vary in terms of the level of physical detail, parameter identification methods, and computational complexity. This paper provides an overview of the most commonly used models for simulating building behavior, with particular emphasis on the classification into black-box, grey-box, and white-box models. Their main characteristics, mathematical foundations, typical application areas, as well as advantages and limitations are presented. Special attention is devoted to the role of grey-box models as a compromise between physical interpretability and practical applicability in the context of smart buildings and energy management systems.

Index Terms - thermal behaviour modelling of buildings; energy performance simulation; RC models; grey-box models

UVOD

Zgrade predstavljaju jedan od najvećih potrošača energije u savremenim energetskim sistemima, sa značajnim udelom u ukupnoj finalnoj potrošnji energije i emisijama gasova sa efektom staklene bašte. Istovremeno, zgrade su kompleksni dinamički sistemi čije ponašanje zavisi od velikog broja međusobno povezanih faktora, uključujući klimatske uslove, konstrukciju, tehničke sisteme i način korišćenja.

U cilju racionalnog projektovanja, optimizacije rada i unapređenja energetske efikasnosti, razvijen je veliki broj modela za simulaciju ponašanja zgrada. Ovi modeli omogućavaju analizu termičkog odziva, procenu energetskih potreba, evaluaciju efekata mera energetske efikasnosti, kao i razvoj naprednih strategija upravljanja.

Međutim, izbor odgovarajućeg modela nije trivijalan zadatak. Različiti modeli imaju različite zahteve u pogledu ulaznih podataka, nivoa detaljnosti i računске složenosti, a njihova primenljivost zavisi od konkretne svrhe analize. Zbog toga je neophodno sistematično sagledati postojeće pristupe modeliranju ponašanja zgrada, njihove mogućnosti i ograničenja.

Cilj ovog rada je da pruži pregled najznačajnijih modela za simulaciju ponašanja zgrada, da ih klasifikuje prema nivou fizičkog utemeljenja i načinu primene, kao i da ukaže na njihove tipične oblasti primene u projektovanju, upravljanju i energetskim politikama.

II SVRHA I ULOGA MODELIRANJA PONAŠANJA ZGRADA

Modeliranje ponašanja zgrada koristi se u različitim fazama životnog ciklusa zgrade, od konceptualnog projektovanja do eksploatacije i upravljanja. Osnovne svrhe modeliranja mogu se grupisati u nekoliko kategorija.

U fazi projektovanja, modeli se koriste za procenu energetskih potreba, dimenzionisanje tehničkih sistema i analizu varijantnih rešenja. U ovoj fazi dominantnu ulogu imaju modeli sa detaljnim fizičkim opisom, koji omogućavaju uporedivost rezultata i usklađenost sa važećim standardima i regulativom.

Tokom eksploatacije zgrade, modeliranje dobija drugačiju ulogu. Fokus se pomera ka razumevanju stvarnog ponašanja zgrade, optimizaciji rada sistema grejanja, hlađenja i ventilacije, kao i smanjenju potrošnje energije uz očuvanje komfora. U ovom kontekstu, od posebnog značaja postaju modeli koji se mogu kalibrisati na osnovu merenja i koristiti u realnom vremenu.

U savremenim energetskim sistemima, zgrade se sve češće posmatraju kao aktivni elementi koji mogu pružati fleksibilnost, učestvovati u balansiranju mreže i integraciji obnovljivih izvora energije. To dodatno povećava značaj modela koji opisuju dinamički termički odziv zgrade i njenu sposobnost akumulacije toplote.

Na osnovu navedenog, jasno je da ne postoji jedinstveni model koji je optimalan za sve primene. Umesto toga, razvijen je čitav

spektar modela, koji se razlikuju po nivou apstrakcije i primene, što zahteva njihovu jasnu klasifikaciju i razumevanje.

III KLASIFIKACIJA MODELA ZA SIMULACIJU PONAŠANJA ZGRADA

U literaturi i praksi razvijen je veliki broj modela za simulaciju ponašanja zgrada, koji se međusobno razlikuju po stepenu fizičkog utemeljenja, načinu formulisanja i zahtevima u pogledu ulaznih podataka [1]. Radi sistematičnog sagledavanja i lakšeg izbora odgovarajućeg modela, oni se najčešće klasifikuju prema nivou apstrakcije i odnosu između fizičkog opisa i empirijskih podataka.

Najčešće prihvaćena podela, prisutna u okviru IEA EBC programa i savremene naučne literature, obuhvata tri osnovne grupe [1,2]:

- modele crne kutije (black-box),
- modele sive kutije (grey-box),
- modele bele kutije (white-box).

Ova podela ne predstavlja strogo razdvojene kategorije, već kontinuum modela sa različitim nivoima složenosti i primenljivosti.

3.1 Modeli crne kutije (Black-box models)

Modeli crne kutije zasnivaju se na empirijskom opisivanju ponašanja zgrade kroz matematičku ili statističku vezu između ulaznih i izlaznih veličina, bez eksplicitnog fizičkog modeliranja procesa prenosa i akumulacije toplote [1].

Opšti oblik ovih modela može se zapisati kao:

$$y(t) = f(u(t), u(t-1), \dots, y(t-1), \dots) \quad (1)$$

gde su:

- $y(t)$ - izlazne veličine (unutrašnja temperatura ili potrošnja energije),
- $u(t)$ - ulazne veličine (npr. spoljašnja temperatura, solarno zračenje),
- $f(t)$ - empirijska funkcija određena na osnovu podataka.

U ovom pristupu, unutrašnja struktura sistema se ne razmatra, a zgrada se posmatra kao dinamički sistem nepoznate strukture.

Tipični ulazi u ove modele su spoljašnja temperatura vazduha, solarno zračenje, signali rada sistema grejanja ili hlađenja, dok su izlazi najčešće unutrašnja temperatura vazduha ili potrošnja energije. Parametri modela se određuju isključivo na osnovu mernih podataka primenom statističkih i numeričkih metoda.

U ovu grupu spadaju linearni regresioni modeli, autoregresivni modeli sa spoljašnjim pobudama (ARX, ARMAX), kao i savremeni pristupi zasnovani na mašinskom učenju, uključujući neuronske mreže i druge algoritme veštačke inteligencije.

U slučaju linearnih autoregresivnih modela sa spoljašnjim pobudama (ARX), ovaj odnos se može zapisati u diskretnom obliku:

$$y_k = \sum_{i=1}^{n_a} a_i y_{(k-i)} + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u_{(k-j)} + e_k \quad (2)$$

gde a_i i b_j predstavljaju empirijske koeficijente, a e_k stohastičku grešku.

Ovakva formulacija omogućava efikasnu identifikaciju parametara iz mernih podataka, ali parametri nemaju direktno fizičko značenje. Zbog toga se ovi modeli pretežno koriste za predikciju, a ne za analizu ili projektovanje.

Osnovna prednost modela crne kutije ogleda se u njihovoj sposobnosti da, uz minimalno poznavanje konstrukcije i tehničkih sistema zgrade, obezbede relativno visoku tačnost predikcije u uslovima sličnim onima u kojima su trenirani. Zbog toga se često koriste za kratkoročno predviđanje potrošnje energije i unutrašnjih temperatura vazduha, kao i za detekciju anomalija u radu sistema.

Međutim, nedostatak fizičke interpretacije predstavlja njihovo ključno ograničenje. Ovi modeli ne omogućavaju pouzdanu procenu efekata građevinskih mera energetske efikasnosti, niti su pogodni za ekstrapolaciju ponašanja zgrade u novim režimima rada ili klimatskim uslovima. Zbog toga je njihova primena ograničena u normativnim proračunima i regulatornim okvirima.

3.2 Modeli sive kutije (Grey-box models)

Modeli sive kutije predstavljaju kompromis između empirijskih i fizičkih pristupa modeliranju ponašanja zgrada. Oni kombinuju pojednostavljeni fizički opis termičkih procesa sa parametrima koji se identifikuju na osnovu mernih podataka iz realne eksploatacije zgrade.

Osnovu ovih modela čine energetske bilansi formulisani u vidu diferencijalnih jednačina, koje opisuju razmenu toplote između unutrašnjeg vazduha, termičke mase zgrade i spoljašnje sredine. Najčešće se koriste modeli zasnovani na analogiji sa električnim RC kolima, gde toplotni tokovi odgovaraju protocima električne energije, dok akumulacija toplote odgovara kapacitetima.

U praksi su najzastupljeniji 1R–1C, 2R–1C i 2R–2C modeli, pri čemu složeniji modeli omogućavaju razdvajanje brzog odziva unutrašnjeg vazduha i sporog odziva konstrukcije mase. Ovi modeli se često formulišu u obliku prostora stanja (*state-space* oblik), što ih čini pogodnim za primenu u sistemima upravljanja.

Glavna prednost modela sive kutije jeste mogućnost fizičke interpretacije uz relativno jednostavniju strukturu. Parametri poput efektivnog toplotnog otpora i toplotnog kapaciteta imaju jasno fizičko značenje i mogu se koristiti za analizu termičke inercije i fleksibilnosti zgrade. Istovremeno, ovi modeli zahtevaju znatno manje ulaznih podataka u poređenju sa detaljnim fizičkim simulacijama.

Modeli sive kutije su posebno pogodni za primenu u sistemima automatizacije i upravljanja zgradama, model-prediktivnom upravljanju (MPC), kao i za analizu zgrada priključenih na sisteme daljinskog grejanja. Njihova ograničenja odnose se pre svega na pojednostavljen prikaz složenih fenomena i ograničenu prostornu rezoluciju, što ih čini manje pogodnim za detaljno projektovanje građevinskih elemenata.

Matematički modeli sive (i bele) kutije zasnivaju se na zakonu očuvanja energije, odnosno na formulaciji energetskog bilansa kao fundamentalne osnove fizičkog modeliranja. U opštem slučaju, energetski bilans kontrolne zapremine zgrade može se izraziti u sledećem obliku:

$$\frac{dU}{dt} = \sum \Phi_{in} - \sum \Phi_{out} \quad (3)$$

gde je sa U [J] označena ukupna termička (unutrašnja) energija zgrade, dok Φ_{in} i Φ_{out} [W] predstavljaju pozitivne i negativne toplotne protoke.

3.2.1 1R-1C model

Najjednostavniji model sive kutije ponašanja zgrade je 1R-1C, u kom se zgrada posmatra kao termička masa jedinstvenog toplotnog kapaciteta, povezanog sa spoljašnjom sredinom preko efektivnog toplotnog otpora R [K/W] [3].

Polazeći od jednačine energetskog bilansa (1) i koristeći energetsku jednačinu stanja zgrade, tj. korelaciju da se promena termičke energije zgrade može izraziti na osnovu promene temperature zgrade:

$$\frac{dU}{dt} = C \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

gde su:

C [J/K] efektivni ili ukupni toplotni kapacitet zgrade, koji obuhvata zbirni efekat termičke mase konstrukcije i unutrašnjih elemenata,

i Furijeova hipoteza napisana za kvazistacionarne uslove, tj. korelaciju između toplotnog protoka kroz omotač zgrade i razlike temperatura unutrašnjeg i spoljašnjeg vazduha:

$$\Phi = \frac{T_{in} - T_{out}}{R} \quad (5)$$

gde je sa R [K/W] označen efektivni toplotni otpor, koji objedinjuje prolaženje toplote kroz zidove, prozore, krov, kao i ventilacione gubitke:

$$R = \frac{1}{U A}, \quad (6)$$

energetski bilans zgrade može se napisati u sledećem obliku:

$$C \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_{out} - T_{in}}{R} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} + \Phi_{sol}. \quad (7)$$

Ova linearna diferencijalna jednačina, koja predstavlja model prvog reda (1R-1C) (slika 1), može se zapisati i u sledećem obliku:

$$\frac{dT_{in}}{dt} + \frac{1}{CR} T_{in} = \frac{1}{CR} T_{out} + \frac{\Phi_{tot}}{C} \quad (8)$$

gde je sa Φ_{tot} [W] označen zbir svih toplotnih protoka:

$$\Phi_{tot} = \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} + \Phi_{sol}. \quad (9)$$

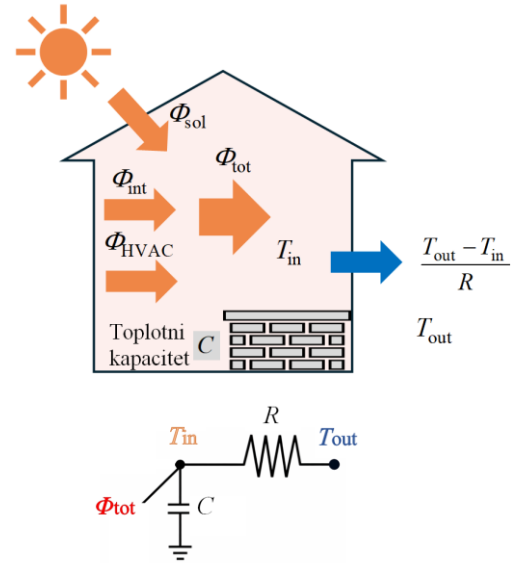
Odnosno, može se svesti na oblik nehomogene diferencijalne jednačine prvog reda:

$$\dot{T}_{in} + a T_{in} = f(t) \quad (10)$$

gde je sa a [s⁻¹] označena efektivna toplotna difuzivnost zgrade:

$$a = \frac{1}{R C} = \frac{1}{\tau} \quad (11)$$

Iako jednostavan, ovaj model omogućava analizu osnovnog dinamičkog ponašanja i procenu vremenske konstante zgrade $\tau = R \cdot C$ [s].



Slika 1. Šematski prikaz 1R-1C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolom (dole)

3.2.2 2R-1C model

Model 2R-1C (dva termička otpora i jedan toplotni kapacitet) predstavlja proširenje osnovnog 1R-1C modela u kome se uvođenjem otpora R_T i R_V , razdvajaju transmisivni gubici toplote kroz termički omotač i ventilacioni/infiltracioni gubici toplote. Za opisivanje ukupne akumulacione mase zgrade i dalje se koristi samo jedan parametar - efektivni toplotni kapacitet C - koji obuhvata toplotne kapacitete zidova, podova, nameštaja i unutrašnjeg vazduha. Istovremeno, kao i kod 1R-1C, i ovaj model pretpostavlja da cela zgrada ima jednu dominantnu temperaturu T_{in} [3].

Ventilacioni gubici toplote se mogu izraziti preko otpora ventilacionih gubitaka na sledeći način:

$$\Phi_V = q_m c_p (T_{out} - T_{in}) = \frac{T_{out} - T_{in}}{R_V}. \quad (12)$$

a energetski bilans zgrade u obliku:

$$C \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_{out} - T_{in}}{R_T} + \frac{T_{out} - T_{in}}{R_V} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} + \Phi_{sol}. \quad (13)$$

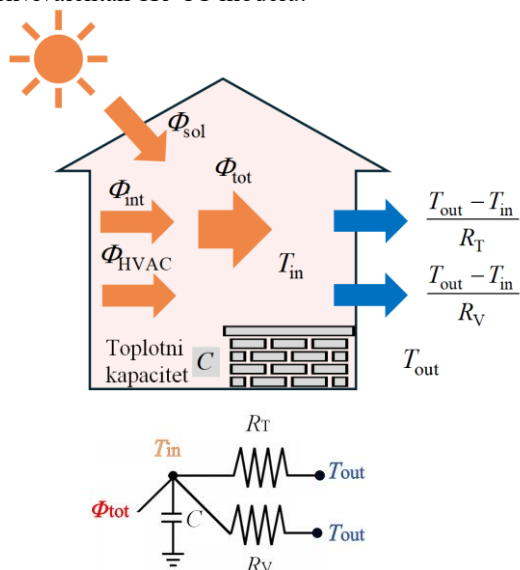
Dodatno, uvođenjem tzv. ekvivalentnog paralelnog otpora:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_T} + \frac{1}{R_V}, \quad (14)$$

energetski bilans zgrade može se zapisati u obliku:

$$C \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_{out} - T_{in}}{R_{eq}} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} + \Phi_{sol}, \quad (15)$$

što pokazuje da je u smislu matematičkog rešavanja 2R-1C model ekvivalentan 1R-1C modelu.



Slika 2. Šematski prikaz 2R-1C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolima (dole)

3.2.3 2R-2C model

Za razliku od 2R-1C modela, gde je cela zgrada predstavljena jednim efektivnim toplotnim kapacitetom, 2R-2C model uvodi [4]:

- C_w - toplotni kapacitet elementa građevinskog omotača zgrade (zidovi, fasada), i
- C_a - toplotni kapacitet unutrašnjeg vazduha,

dok se termički otpor razdvaja na:

- R_{eq} - toplotni otpor transmisiji toplote sa spoljašnjeg vazduha na element građevinskog omotača zgrade, i
- R_i - toplotni otpor prelaska toplote sa elemenata građevinskog omotača zgrade na unutrašnji vazduh.

Zbog toga ovaj model razlikuje, odnosno određuje:

- T_w - temperaturu elemenata građevinskog omotača zgrade, i
- T_{in} - temperaturu unutrašnjeg vazduha.

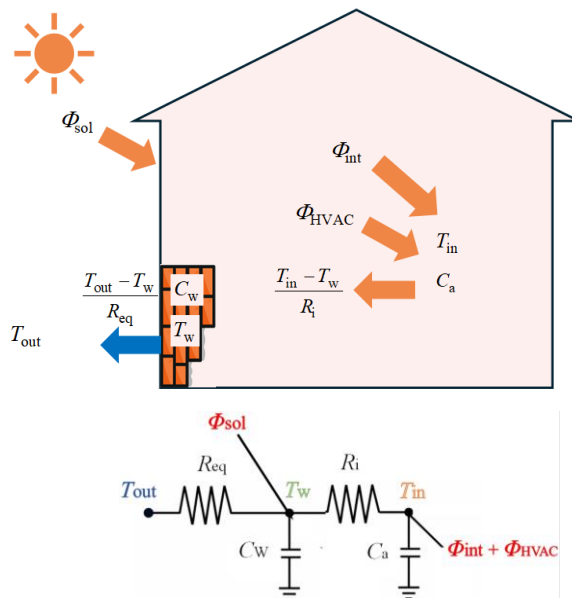
U skladu sa tim definišu se dve bilansne, odnosno rešavaju dve diferencijalne jednačine:

- bilans za masu zida:

$$C_w \frac{dT_w}{dt} = \frac{T_{out} - T_w}{R_T} + \frac{T_{in} - T_w}{R_i} + \Phi_{sol}, \quad (16)$$

- bilans za unutrašnji vazduh:

$$C_a \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_w - T_{in}}{R_i} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int}. \quad (17)$$



Slika 3. Šematski prikaz 2R-2C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolima (dole)

3.2.4 3R-2C model

Model 2R-2C predstavlja značajan iskorak u odnosu na jednostavnije modele [5], jer razdvaja termičku masu elemenata građevinskog omotača od termičke mase unutrašnjeg vazduha i omogućava opis dve vremenske konstante sistema. Time se postiže realističniji prikaz dinamičkog ponašanja zgrade, naročito u analizama akumulacije toplote, snižavanja temperature vazduha u toku noći i intermitentnog rada sistema grijanja. Međutim, klasična formulacija 2R-2C modela obuhvata isključivo transmisiju toplote kroz omotač elemenata građevinskog omotača i razmenu toplote između elemenata građevinskog omotača i vazduha. U takvoj strukturi, ventilacioni gubici toplote nisu eksplicitno razdvojeni, već se eventualno implicitno „utapaju“ u efektivni transmisivni toplotni otpor. S obzirom na značaj ventilacionih gubitaka i činjenicu ventilacija predstavlja direktnu razmenu mase i energije između spoljašnje sredine i unutrašnjeg vazduha, neophodno je uvesti u proračun još jedan toplotni otpor sa direktnom vezom spoljašnjeg i unutrašnjeg vazduha. Na taj način dolazi se do tzv. 3R-2C modela, koji predstavlja minimalni fizički konzistentan dinamički model zgrade. Obuhvata sve dominantne mehanizme razmene toplote između spoljašnje sredine, konstrukcije i unutrašnjeg vazduha. Iz tog razloga, u naprednim analizama energetske efikasnosti, upravljanja i integracije zgrada u savremene energetske sisteme, njegova primena je opravdana i preporučljiva.

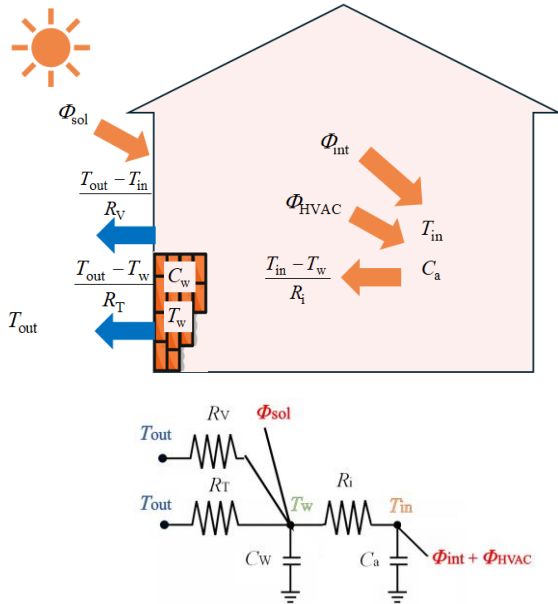
U skladu sa prethodno navedenim, jednačina 3R-2C modela koja opisuje bilans zida ostaje nepromenjena:

$$C_w \frac{dT_w}{dt} = \frac{T_{out} - T_w}{R_T} + \frac{T_{in} - T_w}{R_i} + \Phi_{sol} \quad (18)$$

dok u se u jednačini energetskog bilansa za unutrašnji vazduh pojavljuje još jedan član:

$$C_a \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_w - T_{in}}{R_i} + \frac{T_{out} - T_{in}}{R_V} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} \quad (19)$$

kojim se obuhvata protok toplote ventilacijom.



Slika 4. Šematski prikaz 3R-2C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolima (dole)

3.2.5 3R-3C model

3R-3C jedan je od najčešće korišćenih grey-box modela za detaljniju dinamičku analizu zgrada. U odnosu na 3R-2C model, on dodatno razdvaja toplotne kapacitete građevinskih elementa:

- C_w - toplotni kapacitet elementa građevinskog omotača zgrade (zidovi, fasada)
- C_i - toplotni kapacitet unutrašnjih građevinskih elementa (podovi, unutrašnji zidovi),
- C_a - toplotni kapacitet unutrašnjeg vazduha.

U skladu tim sa ovaj model prati, odnosno izračunava tri temperature:

- T_w - temperaturu elemenata građevinskog omotača zgrade,
- T_i - temperaturu unutrašnjih građevinskih elementa (podovi, unutrašnji zidovi),
- T_a - temperaturu unutrašnjeg vazduha.

U matematičkom modelu, neophodno je definisati tri bilansne, odnosno rešiti tri diferencijalne jednačine:

- energetski bilans elementa građevinskog omotača zgrade (zidovi, fasada):

$$C_w \frac{dT_w}{dt} = \frac{T_{out} - T_w}{R_T} + \frac{T_i - T_w}{R_{wi}} + \Phi_{sol}, \quad (20)$$

- energetski bilans unutrašnjih građevinskih elementa (podovi, unutrašnji zidovi):

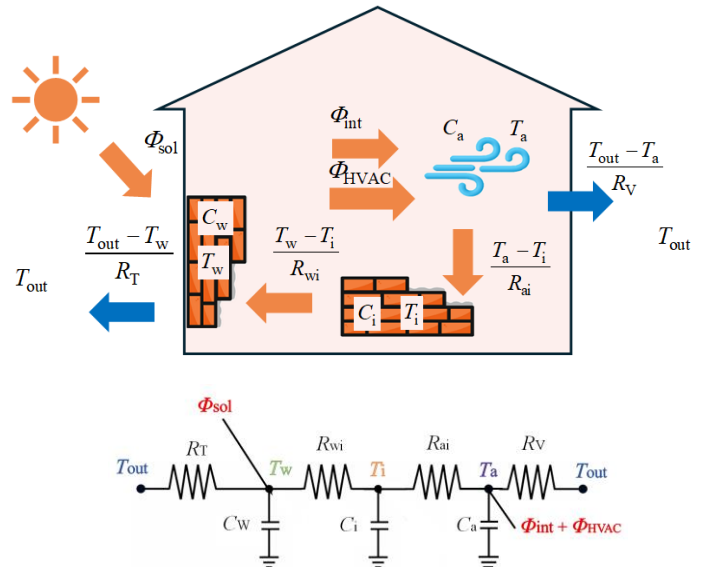
$$C_i \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_w - T_i}{R_{wi}} + \frac{T_a - T_i}{R_{ai}}, \quad (21)$$

- energetski bilans za unutrašnji vazduh:

$$C_a \frac{dT_{in}}{dt} = \frac{T_i - T_{in}}{R_{ia}} + \Phi_{HVAC} + \Phi_{int} + \frac{T_{out} - T_{in}}{R_V}. \quad (22)$$

Toplotni otpori koji se uvode u ovom modelu su:

- R_{wi} - otpor prenošenju toplote sa spoljašnjih na unutrašnje građevinske elemente, i
- R_{ia} - otpor prenošenju toplote sa unutrašnjih građevinskih elemenata na unutrašnji vazduh.



Slika 5. Šematski prikaz 3R-3C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolima (dole)

Model 3R-3C predstavlja dinamički sistem trećeg reda, što znači da ima tri karakteristične vremenske konstante. One odražavaju postojanje tri različita dinamička procesa u zgradi. Najbrža dinamika povezana je sa unutrašnjim vazduhom, čija je termička kapacitivnost C_a relativno mala, temperatura vazduha reaguje brzo na promene spoljašnjih uslova, rad sistema grejanja ili hlađenja. Srednja vremenska konstanta odnosi se na unutrašnje građevinske elemente (podovi, pregradni zidovi, masivne ploče), dok najsporija dinamika pripada spoljašnjem omotaču, koji zbog svoje termičke mase i slojevite strukture sporije akumulira i oslobađa toplotu.

Zahvaljujući trostrukoj dinamici, 3R-3C model omogućava realističnu reprodukciju faznog pomaka temperature kroz

konstrukciju, dubinske akumulacije toplote u masivnim elementima, kao i realnog ponašanja objekta pod uticajem solarnih dobitaka.

3.2.6 RC modeli višeg reda

Uvođenje RC modela višeg reda (3R–3C, 4C, 5C i složenijih struktura) proističe iz potrebe za preciznijim opisom dinamičkog termičkog ponašanja zgrada. Modeli nižeg reda (1R–1C, 2R–2C, 3R–2C) obuhvataju dominantne mehanizme razmene toplote, ali često nisu dovoljni da reprodukuju višestruke vremenske skale koje se javljaju u realnim konstrukcijama. Zgrade nisu jedinstveni termički sistem sa jednom ili dve vremenske konstante, već višeslojni sa različitim akumulacionim svojstvima.

Kod masivnih objekata, toplotni protok kroz višeslojni omotač (malter–cigla–izolacija–malter) generiše temperaturne profile i fazne pomake koji se ne mogu adekvatno opisati samo jednom kapacitivnošću konstrukcije. Uvođenjem dodatnih čvorova omogućava se modelovanje unutrašnjih slojeva zida, poda ili unutrašnjih pregradnih elemenata, čime se dobija realniji opis prenošenja toplote kroz konstrukciju.

Takođe, u zgradama sa velikom unutrašnjom termičkom masom (betonske ploče, akumulacioni zidovi,...) razdvajanje vazduha, lake unutrašnje mase i teške konstrukcije postaje neophodno. Model 3R–3C omogućava uvođenje dodatnog čvora unutrašnje mase, dok modeli sa 4C i 5C kapacitivnosti omogućavaju razdvajanje podova, unutrašnjih zidova i fasade, čime se preciznije modeluje dinamika sistema.

Povećanje reda modela uvodi dodatne vrednosti, odnosno vremenske konstante, čime se omogućava:

- brža dinamika vazdušnog čvora,
- srednja dinamika unutrašnjih površina,
- spora dinamika konstrukcije mase.

Ovo je naročito značajno kod analize hlađenja u toku noći, intermitentnog grejanja, solarnih dobitaka toplote i dinamičke interakcije sa niskotemperaturnim sistemima (4GDH / 5GDH), gde fazni pomak i akumulacija toplote imaju ključnu ulogu.

Sa druge strane, povećanje reda modela dovodi do većeg broja parametara koje je potrebno identifikovati, što može otežati njihovo pouzdano određivanje. Zbog toga se izbor reda modela mora zasnivati na kompromisu između fizičke tačnosti i pouzdanosti identifikacije parametara.

U praksi, 3R–3C model se često smatra optimalnim kompromisom za zgrade srednje složenosti, dok se modeli višeg reda koriste kada su potrebne visoko precizne simulacije ili kada se raspolaže sa detaljnim eksperimentalnim podacima.

3.3 Modeli bele kutije (White-box models)

Modeli bele kutije zasnivaju se na detaljnom fizičkom opisu svih relevantnih procesa koji određuju ponašanje zgrade. Ovi modeli eksplicitno opisuju prenos toplote kroz omotač zgrade, akumulaciju toplote u pojedinačnim slojevima konstrukcije, ventilaciju i infiltraciju, solarne i unutrašnje dobitke toplote, kao i rad tehničkih sistema [1,2].

Za razliku od modela crne i sive kutije, parametri modela bele kutije se u najvećoj meri određuju na osnovu projektne dokumentacije, tehničkih specifikacija i standardizovanih vrednosti. Modeli se često realizuju kroz specijalizovane softverske alate za simulaciju energetske performansi zgrada.

Zbog visokog nivoa detaljnosti, modeli bele kutije omogućavaju preciznu analizu uticaja pojedinačnih konstrukcionih i tehničkih rešenja na energetske efikasnost i komfor. Oni su stoga nezamenljivi u fazi projektovanja novih zgrada, kao i pri planiranju detaljne energetske sanacije postojećih objekata.

Njihovi glavni nedostaci odnose se na veliku količinu potrebnih ulaznih podataka, značajno vreme potrebno za izradu i kalibraciju modela, kao i ograničenu pogodnost za primenu u realnom vremenu. Zbog toga se u eksploataciji zgrada često kombinuju sa pojednostavljenim ili empirijskim modelima.

Kod modela bele kutije, matematička formulacija zasniva se na detaljnom opisu prenošenja toplote kroz svaki element zgrade. Prenos toplote kroz višeslojni zid opisuje se parcijalnim diferencijalnim jednačinama:

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) . \quad (23)$$

gde su ρ , c i λ gustina, specifični toplotni kapacitet i toplotna provodljivost materijala [2].

U praksi, ove jednačine se diskretizuju i rešavaju numerički, što omogućava detaljan proračun dinamičkog ponašanja [1].

IV ZAKLJUČAK

U ovom radu dat je pregled najznačajnijih modela simulacije ponašanja zgrada, sa posebnim osvrtom na njihovu klasifikaciju, matematičku osnovu, oblasti primene, kao i prednosti i ograničenja. Prikazano je da se modeli crne, sive i bele kutije razlikuju ne samo po nivou složenosti, već i po ulozi koju imaju u različitim fazama životnog ciklusa zgrade.

Modeli crne kutije pokazali su se efikasnim u prediktivnim i analitičkim zadacima, ali sa ograničenom mogućnošću fizičke interpretacije. Modeli bele kutije ostaju nezamenljivi u projektovanju i normativnim proračunima, ali zahtevaju obimne ulazne podatke i značajne resurse. Između ova dva pristupa, modeli sive kutije, posebno RC modeli, predstavljaju optimalan kompromis između fizičke utemeljenosti i praktične primene.

Posebno je istaknuta prednost RC modela u pogledu mogućnosti eksperimentalnog određivanja efektivnih termičkih parametara zgrade, čime se omogućava realističan opis stvarnog ponašanja postojećih objekata. Ova karakteristika čini RC modele ključnim alatom u savremenim konceptima upravljanja, energetske fleksibilnosti i integracije zgrada u energetske sisteme.

Na osnovu prikazanog može se zaključiti da budući razvoj modeliranja ponašanja zgrada neće ići ka zameni postojećih pristupa, već ka njihovoj integraciji. U tom kontekstu, RC modeli zauzimaju centralno mesto, odnosno vezu između teorijskih proračuna, merenja u realnim uslovima i operativnog upravljanja, čime daju značajan doprinos unapređenju energetske efikasnosti i održivosti zgrada.

ZAHVALNICA/ACKNOWLEDGEMENT

U radu su prikazani rezultati istraživanja podržanog od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija RS po Ugovoru 451-03-34/2026-03/200105 od 05.02.2026. godine.

LITERATURA/REFERENCES

- [1] Li, Y. et al. (2021) – Grey-box modeling and application for building energy prediction: A review
- [2] Hensen, J. L. M., & Lamberts, R. (eds.). Building Performance Simulation for Design and Operation.
- [3] Chris Underwood, Francis Yik Modelling Methods for Energy in Buildings, Wiley-Blackwell, November 12, 2004, Edition : 1st , 306 pages, ISBN-10 9780632059362
- [4] Reynders, G., Diriken, J., & Saelens, D. (2014). Quality of grey-box models and identified parameters as function of the accuracy of input and observation signals. Energy and Buildings.
- [5] Wetter, M., & Wright, J. : Comparison of co-simulation approaches for building and HVAC/R system simulation, January 2007, Proceedings of Building Simulation 2013: 13th Conference of IBPSA

AUTORI/AUTHORS

Miloš Banjac – prof. dr, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, mbanjac@mas.bg.ac.rs, ORCID 0000-0001-8659-8581

Sandra Kovačević – istraživač pripravnik, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, skovacevic@mas.bg.ac.rs, ORCID 0009-0007-2567-6735

Branislav Petrović – istraživač pripravnik, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, bpetrovic@mas.bg.ac.rs, ORCID 0000-0002-2429-0642

Mirko Komatina – prof. dr, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, mkomatina@mas.bg.ac.rs, ORCID 0000-0002-5035-446X